

1) Allgemein

SI-Präfixe

Symbol	Name	Wert	
T	Tera	10 ¹²	1.000.000.000.000 Billion
G	Giga	10 ⁹	1.000.000.000 Milliarde
M	Mega	10 ⁶	1.000.000 Million
k	Kilo	10 ³	1.000 Tausend
h	Hekto	10 ²	100 Hundert
da	Deka	10 ¹	10 Zehn
---	---	10 ⁰	1 Eins
d	Dezi	10 ⁻¹	0,1 Zehntel
c	Zenti	10 ⁻²	0,01 Hundertstel
m	Milli	10 ⁻³	0,001 Tausendstel
μ	Mikro	10 ⁻⁶	0,000.001 Millionstel
n	Nano	10 ⁻⁹	0,000.000.001 Milliardstel
p	Piko	10 ⁻¹²	0,000.000.000.001 Billionstel

Abgeleitete SI-Einheiten

- Kraft: $[N = \frac{m \cdot kg}{s^2}]$
- Druck: $[Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}]$
- Energie: $[J = Nm = \frac{m^2 \cdot kg}{s^2}]$
- Leistung: $[W = \frac{J}{s} = \frac{m^2 \cdot kg}{s^3}]$
- spez Entropie: $[\frac{J}{kg \cdot K} = \frac{m^2}{s^2 \cdot K}]$
- Spez. Energie: $[\frac{J}{kg} = \frac{m^2}{s^2}]$
- Energiedichte: $[\frac{J}{m^3} = \frac{kg}{m \cdot s^2}]$

Chemie

- Mol** Teilchenzahl pro 1 Mol Stoffmenge: $6.02214 \cdot 10^{23}$ Teilchen (Avogadro Konstante / Logschmidtsche Zahl)
- u : Relative Atommasse $[\frac{g}{mol}]$ (s.: Ism Periodensystem) $1u = 1.6605 \cdot 10^{-27} kg$
- Stoffmenge** $n(x) = \frac{m_x}{M_x} [mol]$ m_x : Masse von x [g] M_x : Molare Masse von x $[\frac{g}{mol}]$
- Molare Masse für 1 mol eines Stoffs ist dessen Atommasse. z.B.: $M(Al) = 27 \frac{g}{mol}$

Physik / Mathematik

- Druck** $p = \frac{F}{A}$
- Kreis-/Rohrdaten** $A = \frac{\pi}{4} d^2$ $d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$ d : Durchmesser

Allgemein

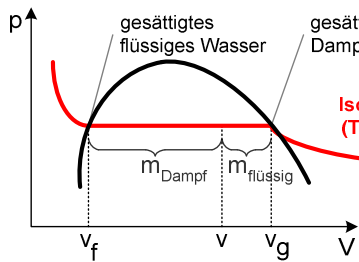
- Dampfgehalt** (Dampfmassengehalt) (Prozentualer Anteil der Dampfphase) $x = \frac{v - v_f}{v_g - v_f} = \frac{m_{Dampf}}{m_{Dampf} + m_{flüssig}}$ $\Rightarrow v(x, T) = v_f(T) + x \cdot (v_g - v_f)$ $u = u_f + x \cdot (u_g - u_f)$
- Lineare Interpolation** $y = \frac{x - x_u}{x_o - x_u} \cdot (y_o - y_u) + y_u$

x_o	y_o
x	y
x_u	y_u

 $(...)_o$ Wert oberhalb $(...)_u$ Wert unterhalb
Taschenrechner-Funktion: ipol(x,x_o,x_u,y_o,y_u)
- spez. Volumen** $v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} [\frac{m^3}{kg}] \Rightarrow m = \frac{V}{v} [kg]$ T : Temperatur [K] (°C + 273 = K) $25^\circ C = 298K$ (Standardbed.) m : Masse [kg] p : Druck [Pa] $[\frac{N}{m^2}]$ $1bar = 10^5 Pa$ $1atm = 101325Pa$ (Standardbed.)
- spez. innere Energie** $u = \frac{U}{m} = f(T, v, p) [\frac{J}{kg}]$ (Achtung: oft in $\frac{kJ}{kg}$ gegeben)
- Ströme** \dot{m} Massenstrom $[\frac{kg}{s}]$ $\dot{m} = \frac{m}{t} = \dot{V} \cdot \rho = \frac{\dot{V}}{v}$ \dot{Q} Wärmestrom $[\frac{J}{s}]$ (?) $\dot{Q} = \frac{\partial Q}{\partial t}$ \tilde{v} : Strömungsgeschwindigkeit \dot{V} Volumenstrom [?] $\dot{V} = \tilde{v} \cdot A$ A : Rohrquerschnitt
- Begriffe** Offenes System: Kann Energie als auch Materie mit der Umgebung austauschen. Geschl. System: Kann nur Energie mit der Umgebung austauschen. Isoliertes System: Kann keine Energie mit der Umgebung austauschen (siehe Adiabate)! Adiabate: Adiabate Zustandsänderung: Kein Austausch von thermischer Energie mit der Umgebung.

Maschinen Allgemein gilt: $\dot{m}_{ein} = \dot{m}_{aus}$, jedoch nicht: $\dot{V}_{ein} = \dot{V}_{aus}$!

pv-, Tv-Diagramme für Wasser (2-Phasen-System)



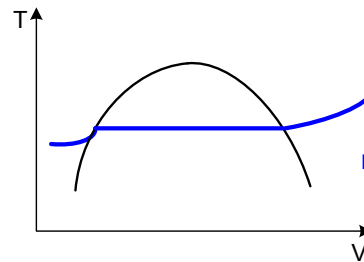
pV-Diagramm (2-Phasen-System)
 $v = konst$: Isochore

Bereich in der Kuppe:
Liquid-Vapor

Bereich rechts:
Vapor

Bereich links:
Liquid

saturated: gesättigt
 superheated: überhitzt



Tv-Diagramm (2-Phasen-System)

Wasser ist im flüssigen Zustand näherungsweise inkompressibel.

$$v_f(p_1) \approx v_f(p_2) \text{ (für } \Delta p \text{ klein)}$$

Kreisprozess

Maschinentyp

Wärme-Kraft-Maschine
 Kältemaschine(z.B. Kühlschrank)

(Wärme rein)
 (Wärme raus)

↻ (rechtsdrehend im hS-Diagramm)
 ↺ (linksdrehend im hS-Diagramm)

Nettoarbeit, Nettowärme

$$W_{\text{Prozess}} = \sum_{i=1}^n W_i \quad Q_{\text{Prozess}} = \sum_{i=1}^n Q_i$$

Wirkungsgrad Kreisprozess

$$\eta_{KP} = \frac{W_{\text{netto}}}{Q_{\text{ein}}}$$

$$W_{\text{netto}} : W_{\text{netto}} = W_{\text{Prozess}}$$

$Q_{\text{ein}} : \text{Alle } Q \text{ grösser als Null } (\sum Q^+)$

Ideale Gase

Ideales Gasgesetz

$$\frac{p \cdot V}{T} = const \Rightarrow \begin{cases} p \cdot V = n \cdot \bar{R} \cdot T \\ p \cdot V = m \cdot R \cdot T \\ p \cdot \dot{V} = \dot{m} \cdot R \cdot T \\ p \cdot v = R \cdot T \end{cases}$$

n : Stoffmenge [mol]

mRT : Hyperbolische Kurve für Isotherme

\bar{R} : Ideale Gaskonstante
 $\bar{R} = 8.314472 \frac{J}{molK}$

Gaskonstante

$$R_x = \frac{\bar{R}}{M_x} \left[\frac{J}{kgK} \right] \quad R = \frac{\bar{R}}{M_{\text{Table}} \cdot 10^{-3}} \left[\frac{J}{kgK} \right]$$

R : Gaskonstante eines Stoffs

M : Molare Masse $[\frac{kg}{mol}]$

$M_{\text{Table}} : [\frac{g}{mol}]$

$$\begin{aligned} R_{\text{Air}} &= 287.0028 \frac{J}{kgK} & R_{\text{H}_2} &= 4120.1546 \frac{J}{kgK} \\ R_{\text{CO}_2} &= 188.92234 \frac{J}{kgK} & R_{\text{He}} &= 2077.0602 \frac{J}{kgK} \\ R_{\text{O}_2} &= 259.8273 \frac{J}{kgK} \end{aligned}$$

Isentrop

Thermodynamische Zustandsänderung eines Gases, bei der sich die Entropie nicht ändert. $pV^\kappa = const$
 Ein adiabatisch reversibler Prozess ist immer auch isentrop, die Umkehrung gilt aber nicht!

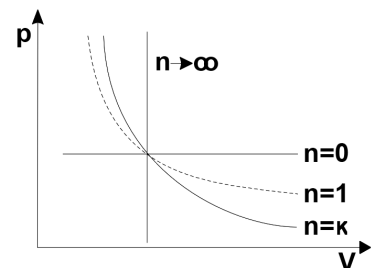
κ : Isentropenexponent / Isentropenkoeffizient

$$C_p = \frac{\kappa \cdot R}{\kappa - 1}$$

Polytrop

Thermodynamische Zustandsänderung eines idealen Gases, für die $pV^n = const$ gilt.

- * $n = 0$: isobar ($p=const$)
- * $n = 1$: isotherm ($T=const$)
- * $n \rightarrow \infty$: isochor ($V=const$)
- * $n = C$: (?)
- * $n = \kappa = \frac{c_p}{c_v}$: isentrop ($\Delta S=0$) oder auch adiabats-reversibel
- * $n > \kappa$: Wärmeabfuhr
- * $n < \kappa$: Wärmezufuhr



Dichte ideales Gas

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T} = \frac{p \cdot M}{\bar{R} \cdot T} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

$\Delta \rho$: Dichteunterschied (v. 2 Zuständen)

g : Erdbeschleunigung $9.81 \frac{m}{s^2}$

Auftriebskraft

$$F_A = \Delta \rho \cdot g \cdot V$$

F_A : Z.B. bei Luftballon: $F_A = F_{G_{\text{max}}}$

3) Energieerhaltung (1. HS am geschlossenen System)

1. Hauptsatz der Thermodynamik

$$E = KE + PE + U$$

Meistens: $\Delta KE = \Delta PE = 0$ (vernachlässigbar)

$$\Rightarrow \Delta E = \Delta U = Q - W$$

Energieänderung

Von einem Zustand (1) in anderen Zustand (2)

$$\Delta E = E_2 - E_1 \quad \Delta E = \Delta KE + \Delta PE + \Delta U$$

$$\Delta E = \int_1^2 dE \quad \Delta E = Q - W$$

Konvention

- $Q > 0$ Wärme ins System zuführen
- $Q < 0$ Wärme aus dem System abführen
- $W > 0$ Dem System Arbeit entnehmen
- $W < 0$ Arbeit ins System zuführen

Änderung innere Energie

$$\Delta U = m_2 u_2 - m_1 u_1 \quad m_1 = m_2 \quad = m \cdot (u_2 - u_1)$$

$$\Delta U = m \cdot \int c_v dT = m \cdot \int du \quad c_v = \text{konst} \quad = m \cdot c_v \Delta T$$

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv$$

=0 bei idealen Gasen

Wärmekapazitäten

Materialabhängig
(Wie viel Wärmeenergie ΔQ ein Körper pro Temperaturänderung ΔT speichern kann.)
spezifisch:

$$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} \quad \left[\frac{J}{kgK}\right]$$

c_v bei konstantem Volumen (isochore Wärmekapazität)

c_p bei konstante Druck (isobare Wärmekapazität)

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad \left[\frac{J}{K}\right] \quad c_v = \left(\frac{d}{dT} U\right)_{V=const.}$$

$$c_p = \left(\frac{d}{dT} H\right)_{p=const.}$$

- E : Gesamte Energie
- KE : Kinetische Energie
- PE : Potentielle Energie
- U : Innere Energie [J]

$$U = m \cdot u \quad \Delta U = m \cdot (u_2 - u_1)$$

- Q : Wärme [J]
- $dQ = T \cdot dS$

- W : Arbeit [J]

$$W_{12} = \int_1^2 p dV \quad c$$

$\rightarrow \Delta W=0$ bei $\Delta V=0$

$$W_{12} = m \cdot c_{vT \text{ Mittel}} (T_2 - T_1)$$

$p = \text{konst.}$: $\int_1^2 dV = V_2 - V_1$

$c_v < c_p$, da für c_p noch zusätzlich Volumenarbeit geleistet wird, kann mehr Energie vom System aufgenommen werden.

c_v hängt nur von der Temperatur ab. Deshalb:

$$du = c_v dT \quad dU = m \cdot c \cdot dT$$

$$\Delta u = \int c_v dT \quad c_v = \text{konst} \quad = c_v \Delta T$$

4) Massenerhaltung (1. HS am offenen System)

1. Hauptsatz Allg.

$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE = Q - W \quad \approx \Rightarrow \quad \Delta U = Q - W$$

für offene Systeme

$$\Delta E = Q - W + \sum m_{ein} \left(h_{ein} + \frac{v_{ein}^2}{2} + gz_{ein} \right) - \sum m_{aus} \left(h_{aus} + \frac{v_{aus}^2}{2} + gz_{aus} \right)$$

bei $\Delta KE = \Delta PE = 0$

$$\Delta U = Q - W + \sum m_{ein} \cdot h_{ein} - \sum m_{aus} \cdot h_{aus}$$

Enthalpie h

$$h = u + pV \quad \left[\frac{J}{kg}\right] \quad \Delta h = \int dh$$

$$\Delta h = c \cdot \Delta T \quad \Rightarrow \quad dh = c_p \cdot dT$$

$$h_x = h_f + x \cdot h_{fg}$$

h_{fg} : Verdampfungsenthalpie

$$h_{fg} = h_g - h_f$$

Verdampfungswärme:

$$Q = m_{liquid} \cdot h_{fg \text{ gas}}$$

Energieänderung über die Zeit

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum \dot{m}_{ein} \left(h_{ein} + \frac{v_{ein}^2}{2} + gz_{ein} \right) - \sum \dot{m}_{aus} \left(h_{aus} + \frac{v_{aus}^2}{2} + gz_{aus} \right)$$

Stationärer Fall: $\frac{\partial E}{\partial t} = 0$ (z.B. Maschine läuft lange)

\dot{Q} : Wärmestrom $\left[\frac{J}{s}\right]$ [W]

(gut isoliert/adiabate Maschine: $Q=0$)

bei $\Delta KE = \Delta PE = 0$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum \dot{m}_{ein} \cdot h_{ein} - \sum \dot{m}_{aus} \cdot h_{aus}$$

\dot{W} : Elektrische Leistung / Arbeitsleistung [W]

(keine Volumenarbeit: $W=0$)

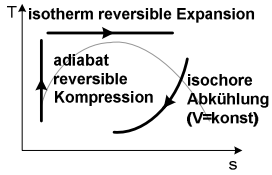
spezifische Wärmemenge

$$q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}} \quad \left[\frac{J}{kg}\right]$$

\dot{m} : Massenstrom $\left[\frac{kg}{s}\right]$

5) Entropiebilanzen

Erzeugende Entropie



$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum \frac{Q}{T_G} \geq 0$$

(Wärme, die spontan von hoher zu niedriger Temperatur geht, ohne Arbeit zu verrichten)

$$S_{erz} = m \cdot (s_2 - s_1) - \sum \frac{Q}{T_G} \geq 0$$

Bei $S_{erz}=0$ **reversibel** Bei $s_2-s_1=0$ **isentrop** Bei $\sum Q/T_G=0$ **adiabat**

$S_{erz} = 0$: **Reversibler Prozess (z.B. Carnot-Prozess)!**

$$\dot{S}_{erz} = \dot{m} \cdot (s_2 - s_1) - \sum \frac{\dot{Q}}{T} \quad [\frac{W}{K}]$$

Carnot Prozess

Carnot Prozess ist reversibel!

$$S_{erz,Carnot} = 0$$

Carnot-Wirkungsgrad

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{kalt}^{rev.}}{T_{heiss}} = 1 - \frac{Q_{kalt}}{Q_{heiss}}$$

Thermischer Wirkungsgrad

$$\eta_{therm} = \frac{W_{nutz}}{Q_{erz}}$$

Isentroper Wirkungsgrad

($h_{2,s}$ ist h_2 im isentropen Zustand)

Kompressor: (oder Pumpe, Verdichter, ...)

$$\eta_{V,S} = \frac{W_{ideal}}{W_{real}} \stackrel{adiabat}{=} \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$$

Turbine:

$$\eta_{T,S} = \frac{W_{real}}{W_{ideal}} \stackrel{adiabat}{=} \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$$

Tds-Gleichungen

$$du = Tds - pdv$$

geschlossenes System

$$dh = Tds + vdp$$

offenes System

Abgegebene Arbeit Wärmekraftmaschine maximal

$$\frac{\partial W}{\partial T_H} = 0$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial T_H^2} = 0$$

Leistungszahl / Leistungsziffer

$$\epsilon_{KM} = \frac{\dot{Q}_{kalt}}{-\dot{W}} = \frac{\dot{Q}_{kalt}}{\dot{Q}_{heiss} - \dot{Q}_{kalt}} \stackrel{rev.}{=} \frac{T_{Kalt}}{T_{Heiss} - T_{Kalt}} \quad []$$

$$\epsilon_{WP} = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{-\dot{W}_S} = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{\dot{Q}_{heiss} - \dot{Q}_{kalt}} \quad []$$

Ideale Gase

Änderung der spez. Entropie

$$\Delta s = s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1)$$

$$\Delta s = s_2^0(T_2) - s_1^0(T_1) - R \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

bei $s_2^0 - s_1^0 = 0$: **isotherm!**

s_2^0, s_1^0 :
Tabellen (A-2X)
In Tab.: [$\frac{kJ}{kgK}$]

inkompressible Stoffe

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c(T) \frac{1}{T} dT = c \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

S : Entropie [$\frac{J}{K}$]

Q : Über Systemgrenzen übertragene Wärme (Eintritt: positiv, Austritt: negativ)

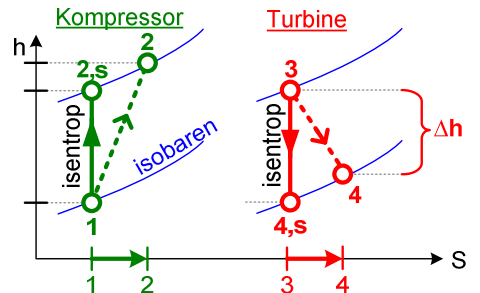
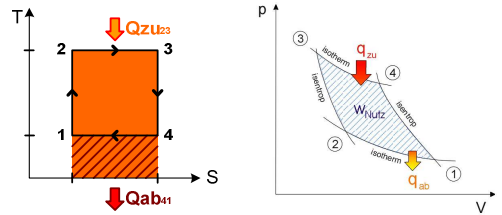
T_G : Temperatur Systemgrenze
= T_{Kalt} bei Kreisprozess

s : spez. Entropie [$\frac{J}{K \cdot kg}$]

ΔS : Entropiedifferenz

$$\Delta S = S_2 - S_1$$

spezifisch: $\Delta s = s_2 - s_1$



$$dU = Tds - pdV \quad dH = Tds + Vdp$$

rev.: Reversibel

ϵ_{KM} : Leistungsziffer Kältemaschine

ϵ_{WP} : Leistungsziffer Wärmepumpe

$$\Rightarrow \dot{Q}_{heiss} = \epsilon_{WP} \cdot (-\dot{W}_S)$$

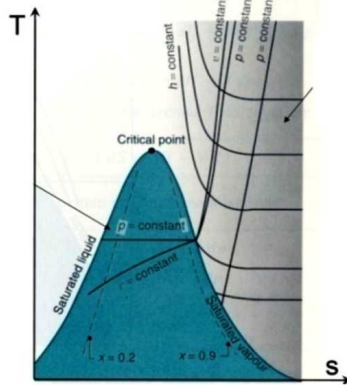
$$dh = Tds + vdp \quad ds = \frac{dh - vdp}{T}$$

$$\int ds = \int \frac{dh}{T} - \int \frac{v}{T} dp = \int \frac{C_p(T)dT}{T} - \int \frac{R}{p} dp$$

6) Exergiebilanz

7) Anhang (provisorisch)

T-S – DIAGRAMM



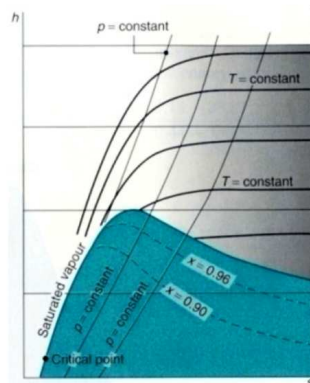
Im Nassdampfgebiet gilt:
 $s = x \cdot s_g + (1 - x) \cdot s_f$

Im Gebiet der unterkühlten Flüssigkeit gilt:
 $s(T, p) = s(T)$

Im grau schattierten Bereich gilt:
 $h(T, p) \approx h(T)$

Dort sind die Molekülabstände gross, die Drücke daher klein und zu vernachlässigen, womit die Enthalpie nur noch eine Funktion der Temperatur sind.

H-S – DIAGRAMM AKA MOLLIER - DIAGRAMM



⚠ Position des kritischen Punktes beachten !

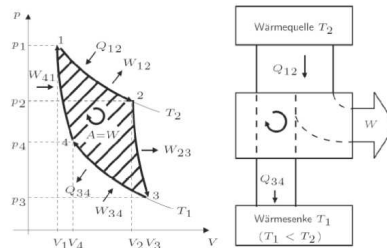
Im Nassdampfgebiet gilt:
 $h = x \cdot h_g + (1 - x) \cdot h_f$

Im grau schattierten Bereich verlaufen die Isothermen horizontal, somit ist die Temperatur dort nicht mehr von der Entropie abhängig, sondern alleine von der Enthalpie.

WÄRME-KRAFT-PROZESS

Carnot Prozess im Uhrzeigersinn. Der Prozess liefert Arbeit. Wärme aus dem heissen Reservoir und Abwärme an das kalte Reservoir.

$$\begin{aligned}
 1 \rightarrow 2 \quad & W_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\
 & Q_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\
 2 \rightarrow 3 \quad & W_{23} = m \cdot (u_2 - u_3) \\
 & Q_{23} = 0 \\
 3 \rightarrow 4 \quad & W_{34} = p_3 V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \\
 & Q_{34} = p_3 V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \\
 4 \rightarrow 1 \quad & W_{41} = m \cdot (u_4 - u_1) \\
 & Q_{41} = 0
 \end{aligned}$$



KÄLTEMASCHINEN- UND WÄRMEPUMPENPROZESS

Carnot Prozess im Gegenuhrzeigersinn. Es muss Arbeit hineingesteckt werden um Wärme aus dem kalten Reservoir an das Heisse abzugeben.

$-W_{KP} = Q_{zu} - Q_{ab}$ ($-W$) weil am System geleistete Arbeit.

$$\begin{aligned}
 1 \rightarrow 2 \quad & W_{12} = m \cdot (u_1 - u_2) \\
 & Q_{12} = 0 \\
 2 \rightarrow 3 \quad & W_{23} = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \\
 & Q_{23} = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \\
 3 \rightarrow 4 \quad & W_{34} = m \cdot (u_3 - u_4) \\
 & Q_{34} = 0 \\
 4 \rightarrow 1 \quad & W_{41} = p_4 V_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right) \\
 & Q_{41} = p_4 V_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right)
 \end{aligned}$$

