1) Allgemein (Mathematik / Physik)

SI-Präfixe

Symbol	Name	Wert		
T	Tera	10^{12}	1.000.000.000.000	Billion
G	Giga	10^{9}	1.000.000.000	Milliarde
M	Mega	10^{6}	1.000.000	Million
k	Kilo	10^{3}	1.000	Tausend
h	Hekto	10^{2}	100	Hundert
da	Deka	10^{1}	10	Zehn
---	---	10^{0}	1	Eins
d	Dezi	10^{-1}	0,1	Zehntel
c	Zenti	10^{-2}	0,01	Hundertstel
m	Milli	10^{-3}	0,001	Tausendstel
µ	Mikro	10^{-6}	0,000.001	Millionstel
n	Nano	10^{-9}	0,000.000.001	Milliardstel
p	Piko	10^{-12}	0,000.000.000.001	Billionstel

Einheiten $[J]=[\frac{kgm^2}{s^2}]=[Nm]=[VAs]=[CV]=[Ws] \qquad [C]=[As]$

TR-Funktionen

$phase(\text{var}) = \arctan\left(\frac{\text{Im(Re)}}{\text{Re(Im)}}\right)$

$solve(x+y=2 \ \ and \ \ x-y=5,\{x,y\})$

$desolve(z''-3z'+3z = f(t),t,z)$

$paral2(v1,v2) = \frac{1}{\frac{1}{v1}+\frac{1}{v2}}$,

$paral3(v1,v2,v3) = \ldots$

Komplexe Zahlen

$(a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$

$(a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$

$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$

$z = a+bi$

$z = r\cdot e^{i\varphi}$

$r = |z| = \sqrt{a^2+b^2}$

Kraft $F = m\cdot a = m\cdot\frac{dv}{dt}$

Reihe $\sum q^i \,|_{0,n} = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Differentialgleichungen $\boxed{y''(x) - k\cdot y(x) = 0}$ $\quad y(x) = A\cdot\sin(\sqrt{-k}x) + B\cdot\cos(\sqrt{-k}x)$

Harmonischer Oszillator / Exponentiallösungen

$\boxed{y_{(x)} = e^{\lambda\cdot x}}$

$\lambda_1 \neq \ldots \neq \lambda_n$: $\quad y(x) = C_1\cdot e^{\lambda_1 x} + C_2\cdot e^{\lambda_2 x} + \ldots$

$\lambda_1 = \ldots = \lambda_n$: $\quad y(x) = C_1\cdot e^{\lambda x} + C_2\cdot xe^{\lambda x} + \ldots + C_n x^{k-1} e^{\lambda x}$

$\lambda = \alpha \pm i\omega$: $\quad y(x) = C_1\cdot e^{\alpha x}\sin(\omega x) + C_2\cdot e^{\alpha x}\cos(\omega x) + C_3\cdot x\cdot e^{\alpha x}\sin(\omega x) + C_4\cdot x\cdot e^{\alpha x}\cos(\omega x) + \ldots$

Log/Pot/Wrz. $\quad a,b\in R^+$

Potenzen: $\quad n,m\in \mathbb{R}$

Wurzeln: $\quad n,m\in \mathbb{N}$

$e^{i\cdot x} = \cos(x) + i\cdot\sin(x)$

$e^{\ln(x)} = x \qquad \ln(e) = 1$

$e^{-\ln(x)} = \frac{1}{x}$

$a^n a^m = a^{n+m}$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$(a^n)^m = a^{nm}$

$a^n b^n = (ab)^n$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$

$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $\qquad \boxed{a^0 = 1}$

$a^1 = a$

$y = \log_a x \quad\Leftrightarrow\quad a^y = x$

$\log_b(u\cdot v) = \log_b(u) + \log_b(v)$

$\log_b(u/v) = \log_b(u) - \log_b(v)$

$\log_b(u^r) = r\cdot\log_b(u)$

$\log_a(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(a)} = \frac{\log(x)}{\log(a)}$ $\qquad \boxed{\log(1) = 0}$ $\quad \boxed{\log(-1) = ?}$

Rechtwinkliges Dreieck:

$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}}$

$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}}$

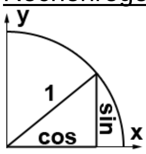
$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

$\tan(\alpha) = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

Cosinussatz:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$

Rechenregeln sin/cos/tan:



$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

$\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$

$\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$

$2\sin(x)\cos(x) = \sin(2x)$

$\boxed{e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi)}$

$\sin(\alpha) = \frac{1}{2i}(e^{i\cdot\alpha} - e^{-i\cdot\alpha})$

$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}(e^{i\cdot\alpha} + e^{-i\cdot\alpha})$

$\sinh(\alpha) = \frac{1}{2}(e^{\alpha} - e^{-\alpha})$

$\cosh(\alpha) = \frac{1}{2}(e^{\alpha} + e^{-\alpha})$

$\frac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \tan^2(\alpha)$

$\frac{1}{\sin^2(\alpha)} = 1 + \cot^2(\alpha)$

α	0 0°	π/6 30°	π/4 45°	π/3 60°	π/2 90°	π 180°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	√3	-	0
cot	-	√3	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-

Parameterwirkung $\quad$ sin / cos $\quad a\cdot\sin(bx+c)+d \quad$ a : Amplitude, b : Periode= $\frac{2\pi}{b}$, c : Nullstelle, d : y-Verschiebung

$\sin(x)\sin(y) = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$

$\cos(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y))$

$\sin(x)\cos(y) = \frac{1}{2}(\sin(x-y) + \sin(x+y))$

$\cos(\gamma - a) = \cos(\gamma)\cos(\alpha) + \sin(\gamma)\sin(\alpha)$

$\sin(\gamma - a) = \sin(\gamma)\cos(\alpha) - \cos(\gamma)\sin(\alpha)$

$\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1-\cos(2x))$

$\sin^3(x) = \frac{1}{4}(3\sin(x) - \sin(3x))$

$\sin^4(x) = \frac{1}{8}(\cos(4x) - 4\cos(2x) + 3)$

$\sin(x+y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$

$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

$\cos^2(x) = \frac{1}{2}(1+\cos(2x))$

$\cos^3(x) = \frac{1}{4}(3\cos(x) + \cos(3x))$

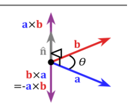
$\cos^4(x) = \frac{1}{8}(\cos(4x) + 4\cos(2x) + 3)$

Kreuzprodukt

$\vec{a}\times\vec{b} = \left(|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin(\theta)\right)\cdot\vec{n}$

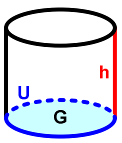
$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a_2b_3 - a_3b_2\\a_3b_1 - a_1b_3\\a_1b_2 - a_2b_1\end{pmatrix}$

Das Kreuzprodukt liefert einen Vektor, senkrecht zur von a und b aufgespannten Ebene. Bildet mit a,b Rechtssystem. Normierung auf 1 liefert den Normalenvektor n dieser Ebene.



Geometrie

r: Radius, V: Volumen, h: Höhe, A: Fläche, A_0: Gesamtoberfläche, G: Grundfläche, U: Umfang, M: Mantelfläche



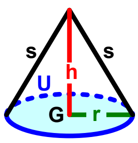
Zylinder:

$V = G\cdot h$

$M = U\cdot h$

(nur gerader Zylinder)

$O = M + 2\cdot G$



Kegel (gerade):

$V = \frac{1}{3}r^2\pi h = \frac{1}{3}Gh$

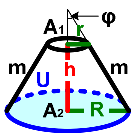
$M = r\cdot s\cdot\pi$

$A_0 = r\pi(r+s)$

$s = \sqrt{h^2 + r^2}$

$h = \sqrt{s^2 - r^2}$

$r = \sqrt{s^2 - h^2}$

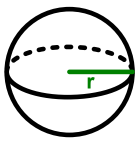


$V = \frac{h\cdot\pi}{3}(R^2 + Rr + r^2)$

$m = \sqrt{(R-r)^2 + h^2}$

$M = (R+r)\cdot\pi\cdot m$

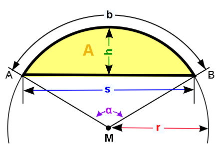
$h = \frac{R-r}{\tan(\varphi)}$



Kugel:

$V = \frac{4}{3}\pi\cdot r^3$

$A_0 = 4\pi\cdot r^2$



Kreissegment (Winkel in Bogenmass):

$A = \frac{r^2}{2}(\alpha - \sin\alpha) = \frac{1}{2}(rb - s(r-h))$

$r = \frac{4h^2+s^2}{8h}$

$s = 2r\sin(\frac{\alpha}{2}) = 2\sqrt{r^2 - (r-h)^2}$

$h = r - \left(r\cdot\cos(\frac{\alpha}{2})\right) = r - \sqrt{r^2 - \frac{s^2}{4}} = \frac{s}{2}\cdot\tan(\frac{\alpha}{4})$

$b = r\cdot\alpha = \frac{\alpha\cdot(4h^2+s^2)}{8h} = r\cdot\pi\cdot\frac{\alpha_{Grad}}{180°}$

$\alpha = 4\cdot\arctan(\frac{2h}{s})$

2) Grundlagen

Coulombs LAW

Elektrische Kraft: $F = k \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$ $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{Nm^2}$

Electric Potential

Gravitational: $g = \frac{F}{m_0}$ $V = \frac{U}{q_0}$ $[V]\ [\frac{J}{C}]$

$e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$

Electrostatic: $E = \frac{F}{q_0}$

$I = \frac{\partial Q}{\partial t}$ $[A]\ [\frac{C}{s}]$

Amount of Charge (flow): $Q = I \cdot t$ $[C]$

ρ: Resistivity (Materialabh. → Tabelle)

L: Resistor Length

Resistors

$R = \rho \cdot \frac{L}{A} = \rho \cdot \frac{L}{d \cdot w}$ Temp.-abh.: $R = R + \Delta R = R + \alpha \cdot \Delta T \cdot R$

Colours (Example): Colour 1: 2, Colour 2:7, Colour 3: 100Ω = 2.7kΩ

A: Querschnitt (Kreis: $A = \pi \cdot r^2$)

d: Thickness (w : Width)

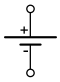
G: **Leitwert**: $G = 1/R$

α: Temperaturbeiwert: $[1/K]$

Ohms LAW $U = R \cdot I$

Symbols

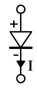
Voltage Source:



+: Cathode

-: Anode

Diode:



$I = \frac{\partial Q}{\partial t}$ $[A]\ [\frac{C}{s}]$

Arbeit $W = P \cdot t$ $[Ws]$

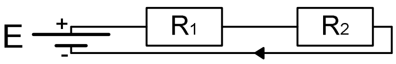
Leistung (Power) $P = \frac{\partial U}{\partial t} = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$ $[W]\ [\frac{Nm}{s}]\ [\frac{J}{s}]$

P_L: Nutzbare Leistung

Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_L}{P_{Quelle}}$ Verlustleistung: $1 - \eta$

P_{Quelle}: Zugeführte Leistung

Widerstand-Serienschaltung / Parallelschaltung



$R_{Tot} = \sum R_i = R_1 + R_2 + \dots$

$I_{Tot} = I_1 = I_2 = \dots$ $I = \frac{E}{R}$

$P = \sum P_i = P_1 + P_2 + \dots$

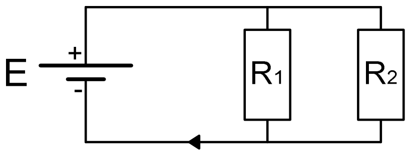
Voltage Divider Rule:

$V_i = E \cdot \frac{R_i}{R_{Tot}} = E \cdot \frac{R_i}{\sum R_j} = I_i \cdot R_i$

Kirchhoffs Voltage LAW (KVL):

$\sum_{\circ} V_i = 0$

Die Summe der Spannungen um eine Schaltung ergibt Null!



$R_{Tot} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots}$ $G = \frac{1}{R}$

$V_{Tot} = V_1 = V_2 = \dots$

$I_1 \neq I_2 \neq \dots$ → Kirchhoffs Current LAW:

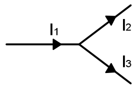
$n = 2:\ I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_{Tot}$

Current Divider Rule:

$I_i = \frac{R_{(Tot-i)}}{R_i + R_{(Tot-i)}} \cdot I_{tot}$

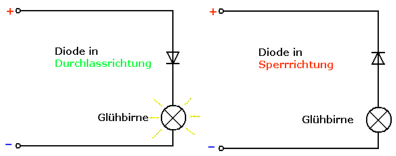
Kirchhoffs Current LAW (KCL):

$\sum I_{Zu} = \sum I_{Weg}$

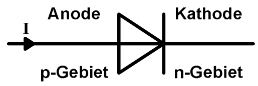


3) Dioden

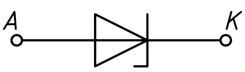
Richtung



Diode in Durchlassrichtung:

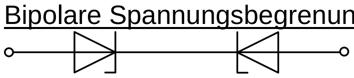


Zenerdiode

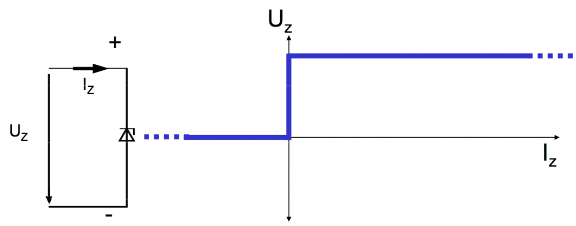


Verhalten sich in Durchlassrichtung wie normale Dioden, in Sperrrichtung werden sie ab einer bestimmten Spannung, der so genannten Sperrspannung / Durchbruchspannung / Zenerspannung, niederohmig.

Bipolare Spannungsbegrenung:

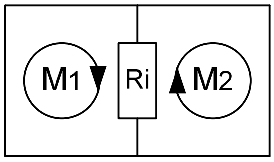


2 Zenerdioden in umgekehrter Richtung in Serie, wobei erst ab einer Spannung grösser als



4) Schaltungsverfahren (Potentialberechnung)

Maschenstromverfahren



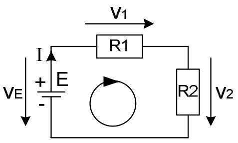
Vorgehen

1) Maschenströme definieren (mit Richtung)
   somit auch Spannungsabfälle definieren
2) Maschengleichungen aufstellen:
   Für jeden Kreis Potentiale berechnen und alle durch das Element laufende Maschenströme einbeziehen.
3) Von Maschenströmen auf Ströme zurückrechnen (Strom = Summe der durch diesen Strom laufende Maschenströme)
4) Potential $v_0 = 0$ definieren
5) Restliche Potentiale bestimmen

Wichtig

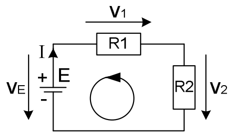
- Ströme fliessen immer vom höheren zum tieferen Potential.
- Falls das eingeführte I eine negative Zahl erhält, zeigt eigentlicher Stromfluss in entgegengesetzte Richtung.
- Über einen Widerstand erfolgt in Stromrichtung ein Spannungsabfall.
- MASCHENRICHTUNG BEACHTEN!

Richtung



$$E - R_1 \cdot I - R_2 \cdot I = 0$$
$$E = v_1 + v_2$$

(E geht positiv ein)



$$-E - (-R_2 \cdot I) - (-R_1 \cdot I) = 0$$
$$-E + R_2 \cdot I + R_1 \cdot I = 0$$

(E geht negativ ein)

Knotenpotentialverfahren

Vorgehen

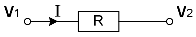
1) Alle Knoten Nummerieren
2) Referenzpotential wählen
3) Auf jeden Knoten KCL anwenden, ausser auf Referenzknoten (bereits bekannt)
4) Gleichungssystem lösen

Wichtig

$\boxed{\sum_{i=1}^{N} I_i = 0}$

- Ströme fliessen immer vom höheren zum tieferen Potential, also:

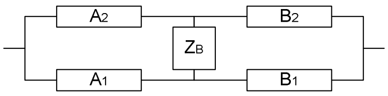
$I = \frac{v_1 - v_2}{R}$



→ Einsetzen in KCL: $\boxed{\sum I_{Zu} = \sum I_{Weg}}$

Führt auf die gewünschten Gleichungen.

Brückenschaltung



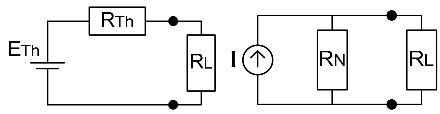
Wenn kein Brückenstrom fliesst (durch Z_B), kann die Brücke durch irgendein Element (Kurzschluss, Unterbruch, …) ersetzt werden. Dass kein Brückenstrom fliesst muss gelten:

A_1/A_2	B_1/B_2	Bedingung
R oder L	R oder L	$A_1 / B_1 = A_2 / B_2$
R oder L	C	$A_1 \cdot B_1 = A_2 \cdot B_2$
C	R oder L	$A_1 \cdot B_1 = A_2 \cdot B_2$
C	C	$B_1 / A_1 = B_2 / A_2$

5) Ersatzschaltungen nach Thévenin und Norton

Vorgehen

- Externe Last entfernen
- R_{Th} / R_N: 1) Stromquellen entfernen
  2) Spannungsquellen kurzschliessen
  3) Widerstand zwischen Klemmen berechne
- E_{Th}: Superpositionsprinzip anwenden
  → Spannung über Klemmen messen
- I_N: Superpositionsprinzip anwenden (Strom von a nach b!)
  → Strom zwischen den Klemmen messen



Thévenin / Norton Ersatzschaltung

$$\boxed{R_{Th} = R_N} \qquad \boxed{I_N = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}} = \frac{E_{Th}}{R_N}$$

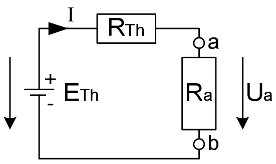
Maximumprinzip

Bei maximaler Last-Leistung ist folgendes gegeben: $\boxed{R_{Th} = R_L}$

Leistung der Last: $\boxed{P_L = \frac{E_{Th}^2}{4R_L}} = I^2 \cdot R_L \quad (I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_L})$ $\qquad V_L = \frac{E_{Th}}{2}$

R_L : Lastwiderstand

Max Power Theorem



$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_a}$$
$$U_a = R_a \cdot I$$
$$P_a = I^2 \cdot R_a = U_a \cdot I$$

Maximale Leistung der Last = Max. Leistung, welche die Spannungsquelle E_{Th} liefern kann.
Falls R_a gewählt werden muss, dass maximale Leistung dem Widerstand R_a zugeführt wird: $\boxed{\frac{\partial P_a}{\partial R_a} = 0} \Rightarrow R_a = \ldots$

Superposition

Strom & Spannungsquellen ersetzen! Schaltungen für einzelne Strom- und Spannungsquellen berechnen und mit Superpositionsprinzip zusammenfügen: $E_{Th} = E_{Th1} + E_{Th2} + \ldots$

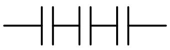
6) Kondensator

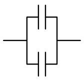
DC: Zu Beginn: Kurzschluss: —o——o—, mit der Zeit: Leerlauf: —o o—
AC: Hohe Frequenzen: Kurzschluss, Tiefe Frequenzen (=DC): Leerlauf

Kapazität $\boxed{C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}}\ [F]$ $\qquad \varepsilon = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \qquad \Rightarrow C = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$

E-Feld $E = \frac{V}{d}$ $\qquad C = \frac{Q}{V}\ [\frac{C}{V}]$

Im Feld gespeicherte Energie $U = \frac{1}{2} C \cdot V_L^2\ [J]$ $\qquad$ Ladestrom beim Aufladen: $\boxed{I_L = \frac{Q}{t} = \frac{C \cdot V_L}{t}}$

Serieschaltung  $C_{Ges} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...} \qquad Q_1 = Q_2 = ...$

Parallelschaltung  $C_{Ges} = C_1 + C_2 + ...$

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C}{Vm} \qquad [\frac{C}{Vm}] = [\frac{F}{m}]$

ε_1: Abhängig vom Material zw. Platte

$\varepsilon_{Glas} = 7.5$

d: Abstand der Platten

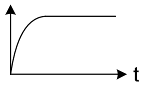
A: Plattenfläche

I_L: Benötigter Strom um Kondensator auf V_L zu laden

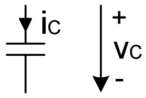
U: Spannung

Q: Charge $[C]$ (Coulomb)

Ladekurve:

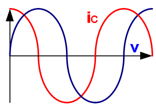


Differential-Darstellung Strom: $i_C = C \cdot \frac{dv_C}{dt}$ $\qquad$ Spannung: $v_C = \frac{1}{C} \cdot \int i_C \cdot dt$



Kleinbuchstaben = ändert sich über die Zeit

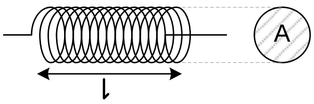
Impedanz $\boxed{Z_C = \frac{1}{j\omega C}}$ $\qquad \boxed{\theta = -90°}$ $\qquad$ Auf den Strom bezogen, Strom hinkt der Spannung hinterher.



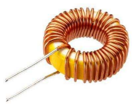
7) Spule (Induktion)

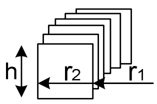
DC: Zu Beginn: Leerlauf: —o o—, mit der Zeit: Kurzschluss: —o——o—
AC: Hohe Frequenzen: Leerlauf, Tiefe Frequenzen (=DC): Kurzschluss

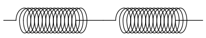
Induktion $\boxed{L = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot A}\ [H]$

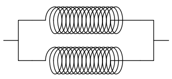


Induktion bei einem Toroid (rechteckiger Kern) $L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot h}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$





Serieschaltung  $L_{Ges} = L_1 + L_2 + ...$

Parallelschaltung  $L_{Ges} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + ...}$

N: Anzahl Windungen

μ_0: Magnetische Feldkonstante:

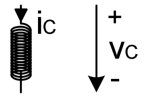
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Vs}{Am}$

Berechnung für Toroid mit eckigem Kern!

h: Höhe

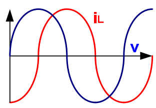
r: Radius (r_1 innen, r_2 aussen)

Differential-Darstellung Strom: $i_L = \frac{1}{L} \cdot \int v_L \cdot dt$ $\qquad$ Spannung: $v_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}$



Kleinbuchstaben = ändert sich über die Zeit

Impedanz $\boxed{Z_L = j\omega L}$ $\qquad \boxed{\theta = 90°}$ $\qquad$ Auf den Strom bezogen, Strom ist der Spannung voraus.



Sprungantwort für R-L und R-C Netzwerk (Allg. Lösung)

R-L Netzwerk

$$i_L(t) = i_L(t \to \infty) + [i_L(t=0) - i_L(t \to \infty)] \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$v_L(t) = L \frac{di_L}{dt} = [R_{eff} \cdot i_L(t \to \infty) - R_{eff} \cdot i_L(t=0)] \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

R-L Netzwerk

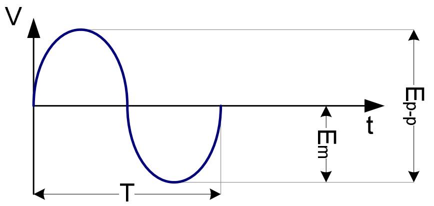
$$i_C(t) = C \frac{dv_C}{dt} = [\tfrac{1}{R_{eff}} v_C(t \to \infty) - \tfrac{1}{R_{eff}} v_C(t=0)] \cdot e^{-\frac{t}{R_{eff} \cdot C}}$$

$$v_C(t) = v_C(t \to \infty) - [v_C(t \to \infty) - v_C(t=0)] \cdot e^{-\frac{t}{R_{eff} C}}$$

R_{eff}: Effektiver Widerstand

Berechnung als R über Spule mit:
- Spannungsquellen: Kurzschluss
- Stromquellen: Leerlauf

8) AC Circuits



$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

$$\boxed{\omega = 2\pi \cdot f} = \frac{2\pi}{T}$$

E_m : Amplitude
E_{p-p} : Wert zw. Max & Min
T : Peiode
f : Frequenz $[Hz]$ $[\frac{rad}{s}]$
ω : Kreisfrequenz $[]$

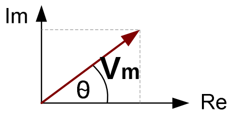
Schwingkreis

Serieschwingkreis: Kondensator und Spule in Serie.
Parallelschwingkreis: Kondensator und Spule parallel. (In Parallelästen nur Spulen/Kondensatorwirkung)

Zeigerdarstellung

Spannung

(Spannung kann als Vektor angegeben werden.)



Phasor / Zeiger (Allg.):

$$\boxed{\underline{A} = A \cdot e^{j\Phi}} = abs(\underline{A}) \cdot e^{i \cdot angle(\underline{A})} = A \cdot (\cos\Phi + i \sin\Phi) = \mathrm{Re} + \mathrm{Im}\, i$$

$$\boxed{\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}}\,[V]$$

Zeitabhängig (Allg.):

$$\boxed{a(t) = \mathrm{Re}(Ae^{j\Phi} \cdot e^{j\omega t})}$$

Re : Realteil (Im : Imaginärteil)
V_0 : Spannung über Element
$e(t)$: Spannung der Quelle

Zeiger (Spannung) $\quad v(t) = V_m \cdot \left(\cos(\omega t + \theta) + j\sin(\omega t + \theta)\right) = V_m \cdot e^{j(\omega t + \theta)} = V_m \cdot \angle(\omega t + \theta)$

Zeiger (Strom) $\quad i(t) = I_m \cdot \left(\cos(\omega t + \theta) + j\sin(\omega t + \theta)\right) = I_m \cdot e^{j(\omega t + \theta)} = I_m \cdot \angle(\omega t + \theta)$

Effektivwert $\quad \boxed{I = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \hat{i}} \quad \boxed{I_m = \frac{V_m}{|Z|}} \quad \boxed{V_m = \sqrt{2} \cdot V_{eff}} \quad \boxed{V_m = |Z| \cdot I_m}$

Amplitudengang

$$\boxed{V_m(A) = |A|} = \sqrt{\mathrm{Re}(A)^2 + \mathrm{Im}(A)^2}$$

Serienschaltung: $V_{m(V_0)} = \left|\frac{V_0}{e(t)}\right| = \sqrt{\mathrm{Re}^2 + \mathrm{Im}^2}$

Phasengang

(Phasenverschiebung zw. Spannung / Strom)

$$\angle\theta(A) = \arctan\frac{\mathrm{Im}(A)}{\mathrm{Re}(A)}$$

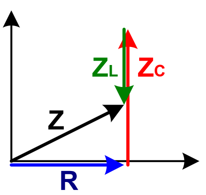
$$\varphi = \arg(z) = \begin{cases} \arctan\frac{b}{a} & a > 0, b \quad beliebig \\ \arctan\frac{b}{a} + \pi & a < 0, b \geq 0 \\ \arctan\frac{b}{a} - \pi & a < 0, b < 0 \\ \pi/2 & a = 0, b > 0 \\ -\pi/2 & a = 0, b < 0 \\ unbestimmt & a = 0, b = 0 \end{cases}$$

Serienschaltung: $\angle\theta_{(V_0)} = \angle\left|\frac{Z_0}{\sum Z_i}\right| = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}}\right)$

Impedanzen

(Komplexe Widerstände)

$$\boxed{U_{eff} = |Z| \cdot I_{eff}}$$



Widerstand

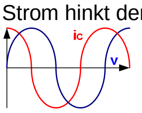
$\boxed{Z_R = R}$ $\quad \boxed{\theta = 0}$

Keine Phasenverschiebung
Strom und Spannung zeigen in die gleiche Richtung.

Kondensator

$\boxed{Z_C = \frac{1}{j\omega C}}$ $\quad \boxed{\theta = -90°}$

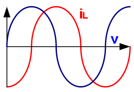
Auf den Strom bezogen,
Strom hinkt der Spannung hinterher.



Spule

$\boxed{Z_L = j\omega L}$ $\quad \boxed{\theta = 90°}$

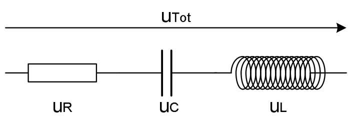
Auf den Strom bezogen,
Strom ist der Spannung voraus.



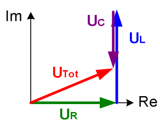
Wirkspannung:
$$U_W = U_{eff} \cdot \cos\theta$$
Blindspannung:
$$U_B = U_{eff} \cdot \sin\theta$$
Wirkwiderstand: $R = \frac{U_W}{I}$

Blindwiderstand: $X = \frac{U_B}{I}$

Impedanzen in Serie $\quad \boxed{Z_{Tot} = \sum Z_i = Z_1 + Z_2 + \ldots}$



Spannung über Impedanz Z :



$$U = \frac{Z}{\sum_1^n Z_n} \cdot E$$

Spannungsteiler:
$$V_i = E_S \frac{Z_i}{\sum Z_n} = E_S \frac{Z_i}{Z_{tot}}$$

Impedanzen Parallel $\quad \boxed{Z_{Tot} = \frac{1}{\sum \frac{1}{Z_i}} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots}}$

$$n = 2: \boxed{Z = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2}}$$

Bei komplizierten Schaltungen: Zuerst R,C,L-Serieschaltung umwandeln, danach Z_{Tot} berechnen.

Stromteiler:
$$\boxed{I_i = I \frac{Z_{tot}}{Z_i}}$$

$$n = 2: \boxed{I_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \cdot I}$$

Mit Amplituden rechnen: gleich wie bei DC $\quad U = R \cdot I \quad I = \frac{U}{R}$

E, I : Nur Amplituden! $\; E \neq e(t)$

Admittance

$\boxed{Y = \frac{1}{Z}}$ $[Siemens]$